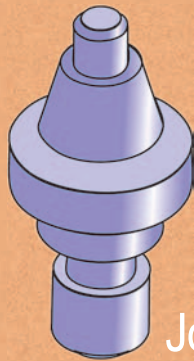


# DIBUJO TÉCNICO

1º Bachillerato



Rafael Ciriza  
Roberto Galarraga  
M<sup>a</sup> Angeles García  
José Antonio Orioabala

---

*Autorizado por el Departamento de Educación, Universidades e Investigación del Gobierno Vasco (3-7-2003)*

Diseño de portada:  
Iturri

Dibujo de la portada:

Diseño y maquetación:  
EREIN

Dibujos:  
Rafael Ciriza, Roberto Galarraga, M<sup>a</sup> Angeles García, José Antonio Oriozabala

Fotografías:  
Juan Carlos Ruiz, Jesús M<sup>a</sup> Pemán

© Texto:  
Rafael Ciriza, Roberto Galarraga, M<sup>a</sup> Angeles García, José Antonio Oriozabala

© EREIN 1997. Tolosa Etorbidea 107 - 20009 Donostia

ISBN: 84-9746-123-1

D. L.:

Imprime:  
Grafman S.A. Gallarta (Bizkaia)

# **Dibujo técnico**

## **1º Bachillerato**

Rafael Ciriza  
Roberto Galarraga  
M<sup>a</sup> Angeles García  
José Antonio Orioabala

---

# ÍNDICE

---

1. Materiales de dibujo y su uso .....	9
Materiales de dibujo .....	9
2. Trazados fundamentales en el plano .....	19
Elementos geométricos. Definiciones .....	19
Trazados fundamentales .....	21
Ángulos .....	23
Lugar geométrico .....	28
Líneas y segmentos de la circunferencia .....	29
3. Triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares .....	33
Definición de polígono .....	33
Triángulo .....	33
Cuadrilátero .....	37
Polígonos regulares .....	38
4. Proporcionalidad y escalas .....	46
Proporcionalidad .....	46
Escalas .....	49
5. Igualdad, equivalencia, semejanza y simetría .....	54
Igualdad .....	54
Equivalencia .....	55
Semejanza .....	57
Simetría .....	59
6. Tangencias. Generalidades y procedimientos de resolución .....	61
Generalidades sobre tangencias .....	61
Problemas de tangencias .....	64
7. Curvas técnicas .....	77
Ovalo .....	77
Ovoide .....	79
Espiral .....	79
Voluta .....	80
Hélice cilíndrica .....	81
8. Curvas cónicas .....	83
Introducción .....	83
Elipse .....	84
Parábola .....	86
Hiperbola .....	87

---

9.Fundamentos de la Geometría descriptiva .....	94
Generalidades .....	94
Tipos de proyección .....	95
Diferentes sistemas de representación .....	95
10.Sistema diédrico: punto, recta y plano .....	102
Introducción .....	102
Representación del punto .....	104
Representación de la recta .....	105
Representación del plano .....	107
Relación de pertenencia entre punto, recta y plano .....	111
11.Normalización .....	121
Generalidades .....	121
Normas generales de dibujo técnico .....	122
12.Vistas .....	128
Generalidades .....	128
Denominación de las vistas según la norma .....	130
Elección de vistas .....	134
13.Cortes y secciones .....	138
El corte .....	138
Tipos de cortes .....	139
Diferencia entre corte y sección .....	142
14. Acotación .....	146
Generalidades .....	146
Líneas de cota .....	147
Líneas auxiliares .....	148
Flechas y trazos de cota .....	148
Cifras de cota .....	149
Símbolos de acotación .....	151
15. Elementos de sujeción. Acotación y representación de roscas. ....	156
Definiciones. ....	156
Introducción a la normalización de las roscas. ....	157
Clasificación de las roscas. ....	157
Representación convencional de las roscas. ....	158
Tipos de representación de las roscas. ....	159
Otros ejemplos de representación de las roscas .....	161
Acotación de las roscas. ....	163
Perfiles y dimensiones de las roscas más usuales .....	166

---

16. Conjuntos .....	173
Ejemplo de mecanismo .....	173
Tipos de planos usuales .....	174
Elementos del plano de conjunto .....	175
Plano de despiece .....	177
17. Croquización .....	181
Generalidades .....	181
Instrumentos de medida .....	182
Pasos en la realización de un croquis .....	183
18. Perspectivas axonométrica y caballera .....	186
La perspectiva axonométrica .....	186
Representación de figuras planas en perspectiva axonométrica .....	190
Representación de sólidos en perspectiva axonométrica .....	195
La perspectiva caballera .....	198
Representación de figuras planas en perspectiva caballera .....	201
Representación de sólidos en perspectiva caballera .....	201

# I. Materiales de dibujo y su uso

## Materiales de dibujo

### Objetivos

- Conocer los útiles y accesorios más comúnmente empleados en las técnicas de expresión gráfica.

La precisión y exactitud son fundamentales en la representación técnica de formas y objetos.

El conocimiento de los útiles para dibujar, así como su calidad, nos permite alcanzar el máximo rendimiento gráfico.

Los materiales básicos de que disponemos para el dibujo técnico son los siguientes:



- Papeles de dibujo.
- Lápices de dibujo.
- Gomas de borrar.
- Regla milimetrada.
- Escuadra y cartabón.
- Afilador de lápices.
- Transportador de ángulos.
- Juego de compases.
- Estilógrafo.
- Plantillas de rotular.
- Plantillas de curvas.
- Plantillas especiales.
- Tramas.
- Ordenador.

## Papel

El papel de dibujo se suministra en rollos o en pliegos cortados a distintos tamaños normalizados, y de distinto grosor según el grama-je, es decir, según el peso en gramos por metro cuadrado. Su superficie puede ser rugosa, mate, o ligeramente satinada.



Existen numerosas clases de papeles. Los más utilizados para el dibujo técnico son:

- *Papel blanco opaco*; de uso general, apropiado para hacer bocetos y dibujos preparatorios.
- *Papel vegetal transparente*; se emplea principalmente para calcar planos y dibujarlos a tinta.
- *Papel opaco satinado*; utilizado para dibujar a tinta, aunque su uso no es tan frecuente como el de los anteriores.
- *Papel milimetrado*; transparente y opaco con cuadrículas impresas, muy útil para dibujar gráficos y diagramas.
- *Papel transparente plastificado* parecido al papel vegetal pero de mayor resistencia. Especialmente indicado para planos que vayan a ser manejados con mucha frecuencia.

## Lápiz

Generalmente los dibujos se hacen previamente a lápiz para calcarlos posteriormente a tinta. Si el dibujo tiene claridad suficiente para las exigencias del trabajo en cuestión puede que no sea necesario pasarlo a tinta. Es conveniente conocer las diversas durezas de los lápices para utilizarlos adecuadamente y poder obtener distintos grosores y acabados en el dibujo.





La dureza de las minas suele indicarse con números o con siglas formadas por letras y números.

Designación de las graduaciones por números	Blandas			Medias			Duras			Extraduras											
	00	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9										
Designación de las graduaciones por siglas	8B	7B	6B	5B	4B	3B	2B	B	HB	F	H	2H	3H	4H	5H	6H	7H	8H	9H	10H	
Para escribir y dibujar																					
Para el dibujo técnico																					
Para dibujar, croquizar y sombrear																					
Para dibujo de planos topográficos																					
Para folios de dibujo con superficie áspera																					
Para dibujos sobre superficie dura																					
Aptos para reproducciones heliográficas																					

Las zonas sombreadas de la tabla indican los campos de utilización de las diversas durezas.

La gran ventaja del portaminas frente al lápiz es que el grosor de la mina no necesita afilado. La mina siempre tendrá el grosor adecuado.

La punta del lápiz puede afilarse con cuchilla o más fácilmente mediante sacapuntas. Si se utiliza un portaminas de mina gruesa éste se afilará con afilaminas.



Para realizar un croquis se empleará una mina blanda. Para el dibujo a lápiz sobre papel blanco se empleará una mina más dura, y se utilizará una mina aún más dura para dibujar sobre papel vegetal.

## Gomas de borrar



Para corregir partes sobrantes de un dibujo se utilizarán las gomas de borrar. Unas se utilizan para borrar lápiz, otras para borrar tinta.

La goma para borrar lápiz ha de ser blanda. Se empleará mayor dureza de goma cuanto mayor sea la dureza de la mina usada en el dibujo.

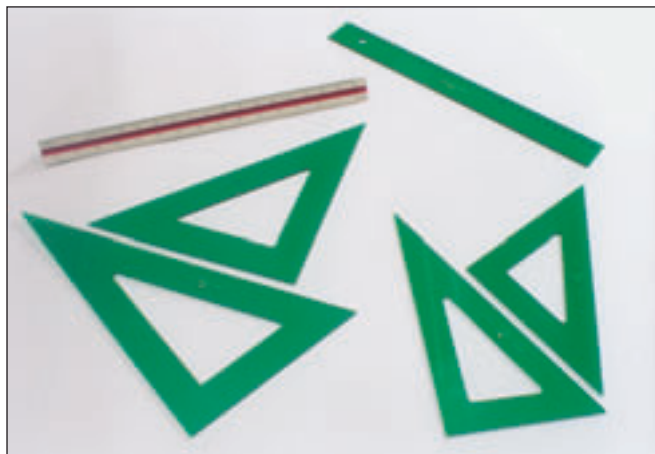
La goma para borrar tinta ha de ser dura, y llevará un abrasivo que al raspar quitará una capa muy fina de papel y con ella el trazo de tinta.

Cuando se dibuja en papel vegetal, además de la goma de borrar tinta se pueden usar, manejándolas con cuidado para no romper el papel, las hojas de afeitar.

Antes de realizar un nuevo trazo a tinta sobre zonas en las que se ha borrado, es aconsejable satinar la zona con un lápiz blando para evitar que se corra la tinta del nuevo trazo.

## Regla, escuadra y cartabón

Son elementos indispensables para la realización de cualquier dibujo técnico.



*Regla:* se emplea para transportar dimensiones, medir segmentos y trazarlos. La longitud oscila entre 30 y 100 cm, y van graduadas generalmente en milímetros.

Además de utilizar la regla graduada puede utilizarse el *escalímetro*. Éste es un tipo especial de regla que lleva grabadas seis escalas diferentes. Se utiliza para dibujar directamente un plano a una escala determinada sin tener que hacer operaciones matemáticas, y para interpretar directamente sobre un plano las medidas reales de los objetos.

*Escuadra:* tiene forma de triángulo rectángulo isósceles. Por tanto, sus dos catetos son de igual longitud y forman con la hipotenusa ángulos de  $45^\circ$ .

*Cartabón:* tiene forma de triángulo rectángulo escaleno. Los ángulos que forman los catetos con la hipotenusa son de  $30^\circ$  y de  $60^\circ$ . El cateto mayor del cartabón debe medir lo mismo que la hipotenusa de la escuadra.

## Trazados con escuadra y cartabón

Tiene su importancia el correcto manejo de la escuadra y del cartabón. Hay que hacerlo con suavidad y soltura, sin ejercer sobre las plantillas excesiva presión, pero sí con la necesaria para evitar movimientos no deseados.

Colocando el juego de escuadra y cartabón de forma adecuada podemos obtener rectas paralelas horizontales y verticales, así como una serie variada de ángulos. Se verá más adelante en el tema *Trazados fundamentales en el plano*.



## Compás

El compás es un útil de dibujo que se emplea para el trazado de arcos y circunferencias.

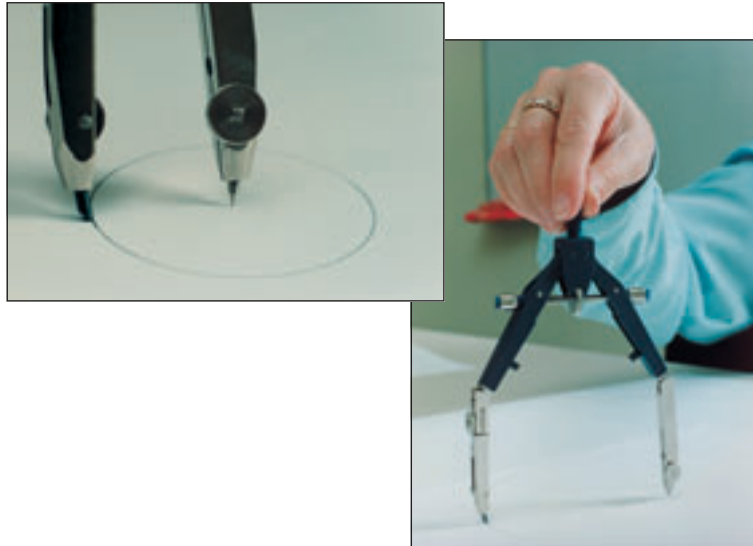
Existen distintos tipos de compases. Los más utilizados son los siguientes:

- *Compás simple*. Se utiliza para trazar arcos y circunferencias, y también para transportar medidas sobre el dibujo. A este tipo de compás se le pueden acoplar algunos accesorios para el trazado a tinta, así como una alargadera.
- *Bigotera*. Se utiliza para trazar circunferencias de radio pequeño.
- *Bigotera loca*. Permite hacer circunferencias de radio aún menor que las que se pueden trazar con la bigotera normal.
- *Compás de precisión*. Reúne las características del compás simple y de la bigotera. Es articulado, lleva un mecanismo de ajuste y de graduación de los brazos.



La utilización correcta del compás es de suma importancia en el dibujo técnico, pues de ello depende en gran medida la calidad y precisión de los trazados. Se deberán tener en cuenta las siguientes normas:

- La mina deberá estar afilada en bisel hacia el interior del compás.
- El modo de sujetar el compás será con los dedos índice y pulgar por el cilindro que lleva en la parte superior, y habrá que ayudarse con la otra mano para colocar la aguja en el punto exacto.
- El brazo que lleva la mina, así como el de la aguja, tendrán que quedar perpendiculares al papel.



## Estilógrafo

Es un instrumento que se utiliza en la actualidad para la delineación a tinta, en sustitución del tradicional tiralíneas. Tiene grandes ventajas frente al tiralíneas por su gran limpieza y facilidad de manejo.



La posición del estilógrafo debe ser perpendicular a la superficie del papel.

Para realizar arcos o circunferencias a tinta se puede acoplar el estilógrafo al compás mediante un adaptador. El acoplamiento puede ser exterior o interior, según las circunferencias a dibujar sean de mayor o menor radio.

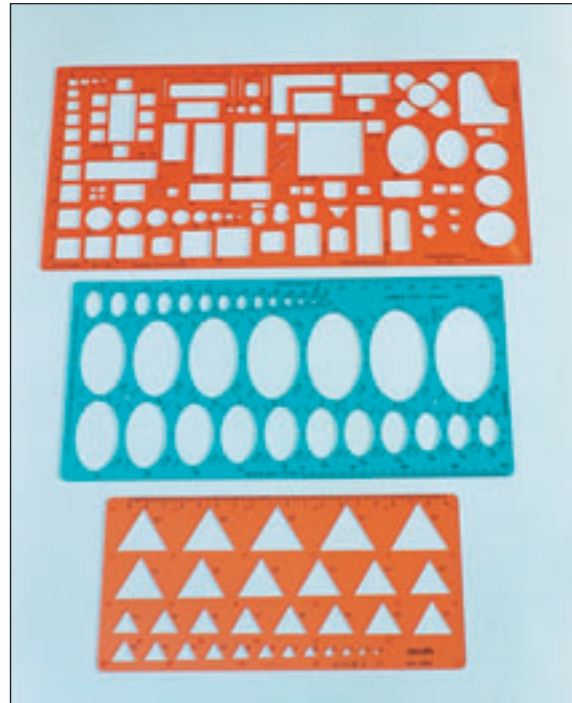


## Plantillas

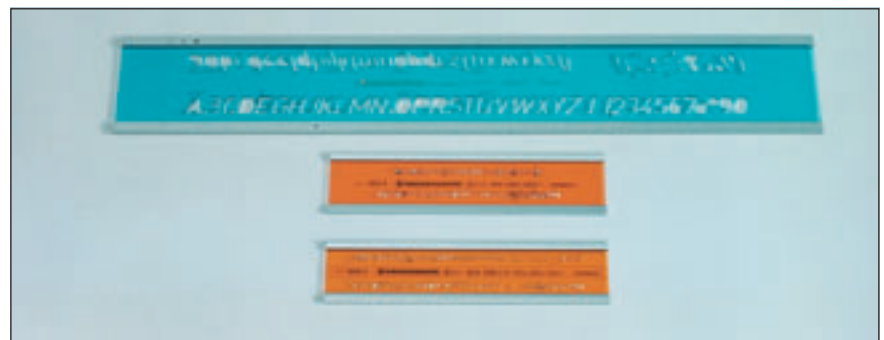
- *Plantillas de curvas.* Se utilizan como ayuda al trazado de curvas en general. Se trata de buscar el trozo de plantilla que más se adapte a los puntos conocidos de la curva.



– *Plantillas especiales*. Existen formas muy variadas de ellas.

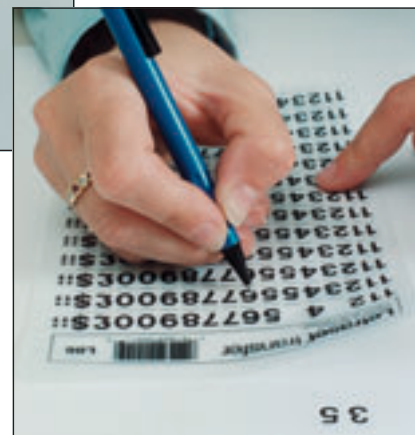


– *Plantillas de rotular*. Su finalidad es la de conseguir una uniformidad en la escritura.



## Tramas

Son hojas con diferentes elementos a transportar a los dibujos. Existen muchos tipos en el mercado. La forma más normal de aplicación es por adhesivo directo o por frotamiento del elemento en cuestión sobre el papel de dibujo.



## Ordenador

En el ejercicio de trabajo la Expresión Gráfica no podemos omitir hablar de una herramienta tan importante como es el ordenador. El profesional necesita cada vez más, herramientas que le aseguren un aumento en su productividad y una mayor calidad en el trabajo realizado.



Un buen ordenador y los diversos programas de CAD / DAO (Computer Asisted Design / Diseño Asistido por Ordenador) que existen en el mercado harán posible esta cuestión.

El dibujo asistido por ordenador es hoy en día de uso obligado en las oficinas técnicas y de diseño, siendo normal que éstas intercambien información gráfica con el cliente a través de disquetes informáticos, eliminándose así en gran medida la realización sobre soporte papel de los planos.





## 2. Trazados fundamentales en el plano

### Elementos geométricos. Definiciones.

#### Objetivos

- Conocer los fundamentos del Dibujo Geométrico que permitan con comodidad seguir el posterior desarrollo de la asignatura.
- Poder expresar con claridad y precisión las diversas soluciones gráficas.

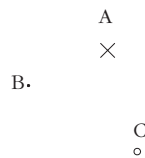


fig. 1

**Punto:** El punto no tiene dimensiones, tan sólo es una posición. Se nombra con una letra mayúscula o con un número. (fig. 1)

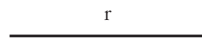


fig. 2

**Línea recta:** Es una sucesión de puntos en la misma dirección. Se nombra con una letra minúscula. (fig. 2)

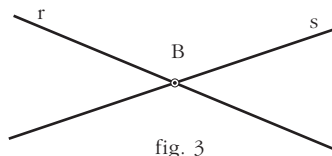


fig. 3

Posiciones relativas entre rectas:

- Dos rectas se cortan cuando tienen un punto en común. (fig. 3)

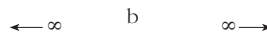
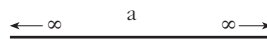


fig. 4

- Dos rectas son paralelas cuando no se encuentran nunca. Se dice entonces que su punto en común está en el infinito. Se dice de él que es un *punto impropio*. (fig. 4)

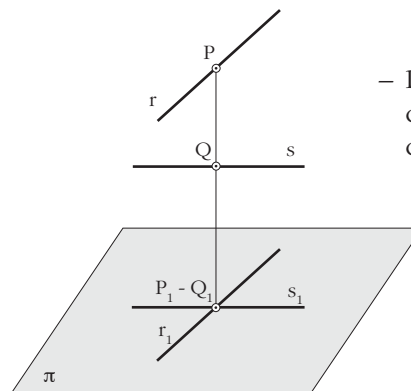
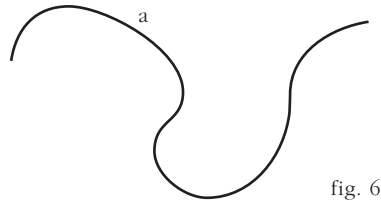
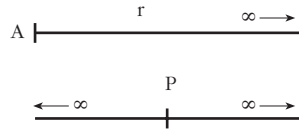


fig. 5

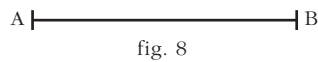
- Dos rectas se cruzan en el espacio cuando no tienen ningún punto en común. (fig. 5)



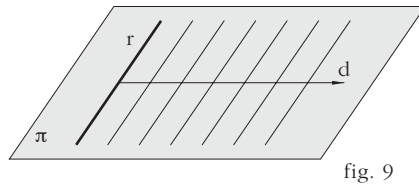
**Línea curva:** Es una sucesión de puntos no situados en la misma dirección. Se nombra con una letra minúscula. (fig. 6)



**Semirrecta:** Es una recta limitada por un extremo. Se nombra con los nombres del punto extremo y de la recta, *semirrecta Ar*. Un punto sobre una recta divide a ésta en dos *semirrectas*. (fig. 7)

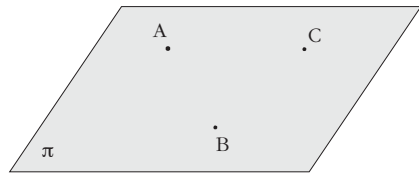


**Segmento:** Es una porción de recta limitada por dos puntos extremos: *segmento AB*. (fig. 8)

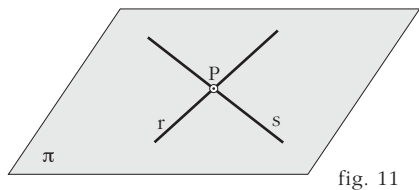


**Plano:** Es el conjunto de puntos generados por una recta al moverse según una dirección determinada. Se nombra mediante una letra griega: *plano pi*. (fig. 9)

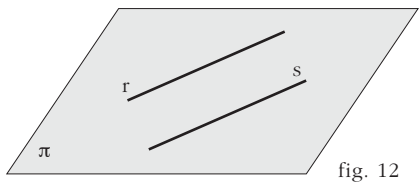
Un plano queda definido por:



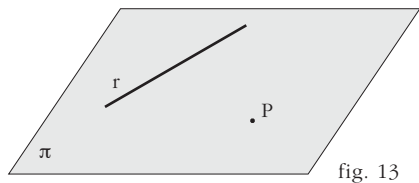
– **Tres puntos no alineados.** (fig 10)  
Esta es la razón por la que cuando se quiere conseguir buen apoyo sobre un terreno irregular elegimos un apoyo sobre tres puntos. Son ejemplos de ello el trípode fotográfico o la banqueta de tres patas.



– **Dos rectas que se cortan.** (fig 11)



– **Dos rectas paralelas.** (fig. 12)



– **Una recta y un punto exterior a ella.** (fig. 13)

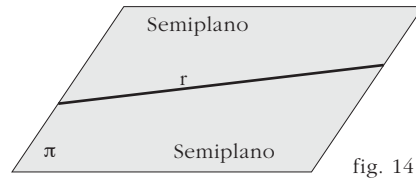


fig. 14

Una recta se considera contenida en un plano cuando todos sus puntos se encuentran sobre él. Cada una de las partes en que queda dividido el plano se llama *semiplano*. (fig. 14)

## Trazados fundamentales

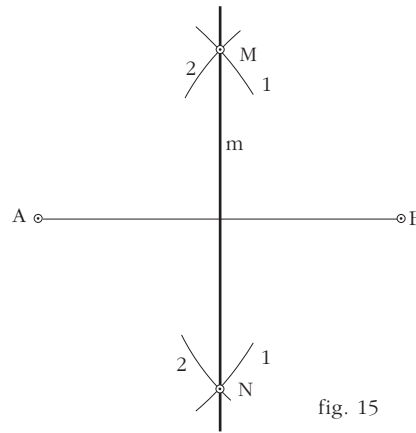


fig. 15

**Mediatriz de un segmento:** Es la recta perpendicular al segmento en su punto medio. (fig. 15)

Para su trazado, dado el segmento AB, con centros en A y B y con radio mayor que la mitad del segmento, trazamos los arcos 1 y 2 que se cortan en los puntos M y N. Uniendo los puntos M y N obtenemos la recta m *mediatriz* del segmento dado.

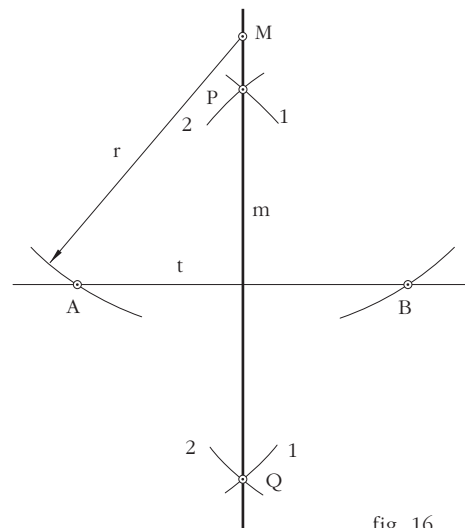


fig. 16

**Perpendicular a una recta t por un punto exterior M.** (fig. 16) Con centro en M y con radio arbitrario r trazamos un arco que corta a la recta en los puntos A y B. La *mediatriz* m del segmento AB es la solución a lo propuesto.

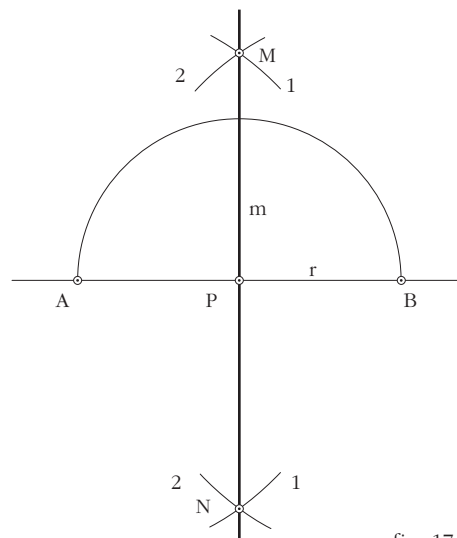


fig. 17

**Perpendicular a una recta por un punto P de ella.** (fig. 17). Con centro en P trazamos un arco de radio arbitrario que al cortar a la recta, determina los puntos A y B. La *mediatriz* m del segmento AB es la solución al problema.

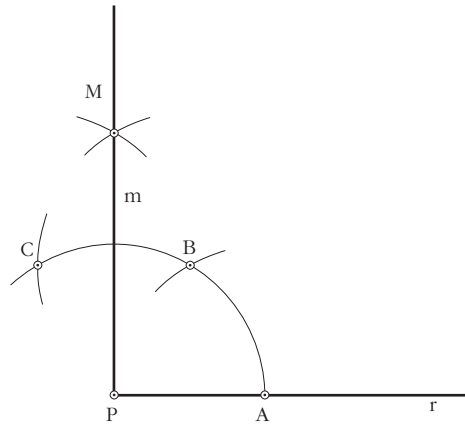


fig. 18

**Perpendicular a una semirrecta Pr en su extremo P.** (fig. 18) Con centro en P trazamos un arco de radio PA arbitrario. Con centro en A trazamos otro arco del mismo radio que corta al arco anterior en el punto B. Con centro en B y el mismo radio cortamos al primer arco en C. La *mediatriz* m del segmento BC es la solución buscada.

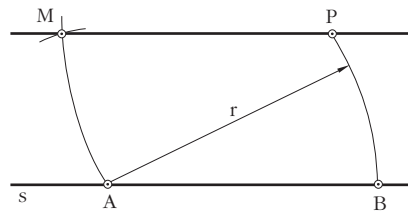


fig. 19

**Recta paralela a otra s por un punto P.** (fig. 19) Con centro en un punto cualquiera de la recta s, punto A, trazamos el arco que pasa por el punto P, arco PB. Con centro en P y radio el mismo dibujamos el arco que pasa por A. Con radio el segmento BP y centro en A determinamos el punto M. La recta definida por los puntos M y P es la solución.

**Trazado de rectas paralelas y perpendiculares mediante la escuadra y el cartabón**

Manteniendo el cartabón fijo y deslizando uno de los catetos de la escuadra sobre la hipotenusa del cartabón, vamos obteniendo sucesivas rectas paralelas r, s, t, etc. (fig. 20 )

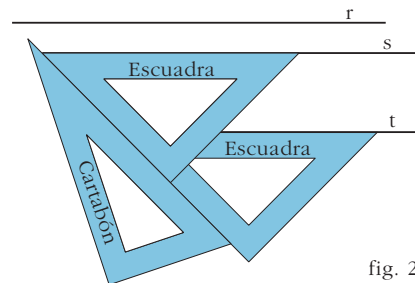


fig. 20

Para obtener perpendiculares a las rectas paralelas anteriormente trazadas, basta cambiar de posición la escuadra sobre la hipotenusa del cartabón y deslizarla a lo largo de ella tal como se indica en la figura 21.

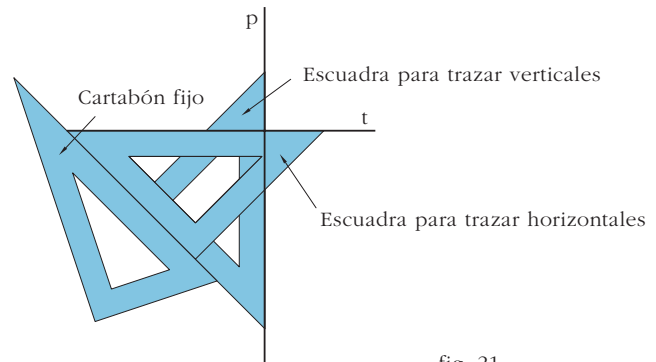


fig. 21

# Ángulos

El *ángulo* se define como la porción de plano comprendida entre dos semirrectas que tienen el mismo origen. Las semirrectas son los *lados* del ángulo y el punto origen de ambas es el *vértice* del ángulo. Un ángulo es negativo cuando lo medimos en el mismo sentido que el avance de las agujas del reloj y positivo cuando lo medimos en sentido contrario. Se nombran mediante una letra griega.

Los ángulos según su valor se clasifican de esta manera: (fig. 22)

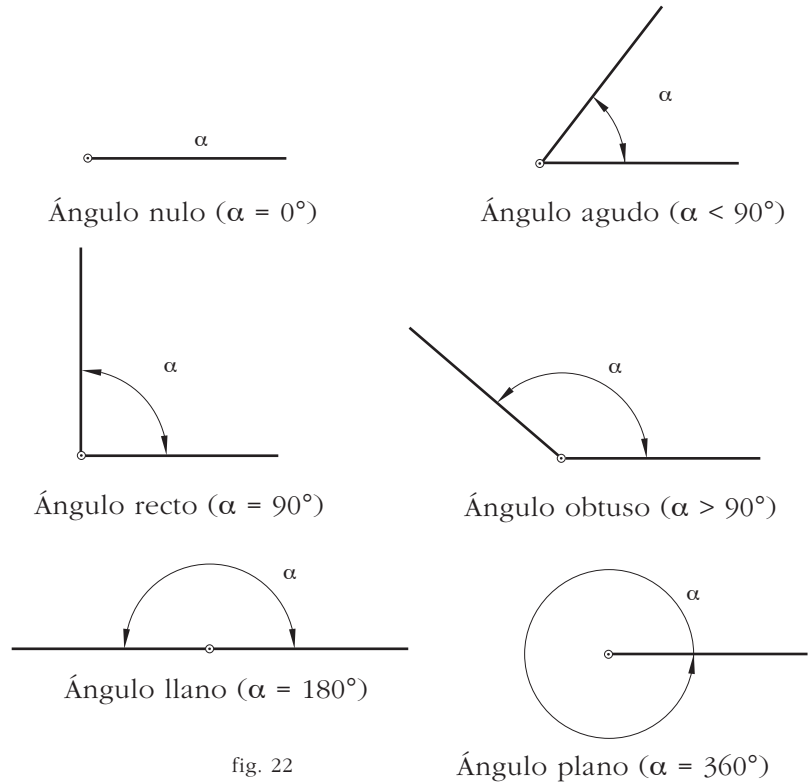


fig. 22

Dos rectas que se cortan dan lugar a cuatro ángulos, dos a dos *opuestos por el vértice*, y dos a dos *adyacentes*. Los opuestos por el vértice tienen el *mismo valor* y los adyacentes son *suplementarios*, o sea suman  $180^\circ$ . (fig. 23)

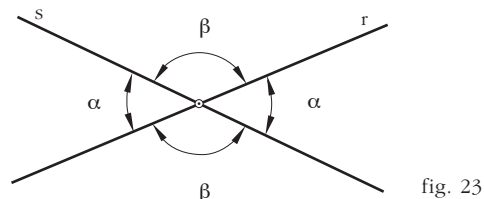


fig. 23

Dos ángulos son *consecutivos* cuando tienen un lado en común. Son *complementarios* cuando suman  $90^\circ$ . (fig. 24)



fig. 24

Dos rectas paralelas cortadas por una tercera dan lugar a 8 ángulos. (fig. 25)

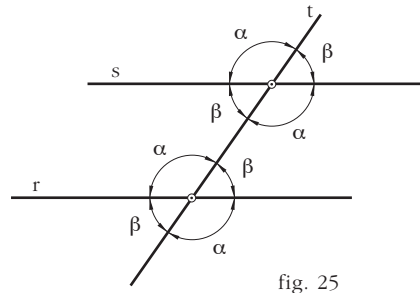


fig. 25

Se llaman ángulos *correspondientes* los ángulos situados al mismo lado de la recta secante siendo uno de ellos interior y el otro exterior a las rectas paralelas. Los ángulos *correspondientes* tienen el mismo valor.

Se llaman ángulos *alternos internos* o *alternos externos* los situados a distinto lado de la secante, siendo ambos interiores o exteriores respectivamente a las rectas paralelas. También estos ángulos tienen el mismo valor.

### Operaciones con ángulos

#### Construcción de un ángulo igual a otro (fig. 26)

Con centro en el vértice V del ángulo dado trazamos un arco de radio cualquiera, que determina los puntos A y B sobre sus lados. Sobre la recta a' tomamos un punto V' como vértice del nuevo ángulo. Haciendo centro en V' dibujamos con el mismo radio un arco que determina sobre la recta a' el punto A'. Con centro en A' trazamos el arco de radio AB. La intersección ambos arcos determina el punto B'. Uniendo B' con V' tendremos el ángulo buscado.

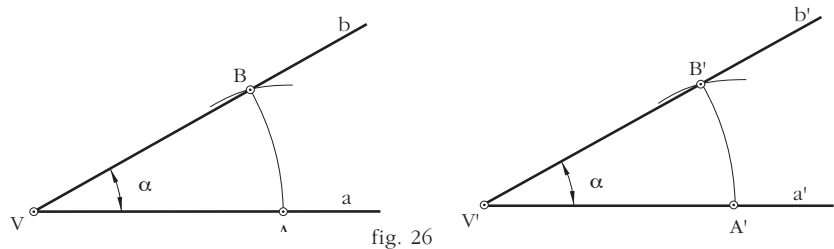


fig. 26

#### Suma de ángulos (fig. 27)

Sobre la recta a' y siguiendo el método anterior construimos un ángulo igual al de vértice V. Sobre el lado Ob' y en el mismo sentido dibujamos un ángulo igual al de vértice V'. El ángulo a'Od' es el ángulo solución.

$$\alpha - \beta = \gamma$$

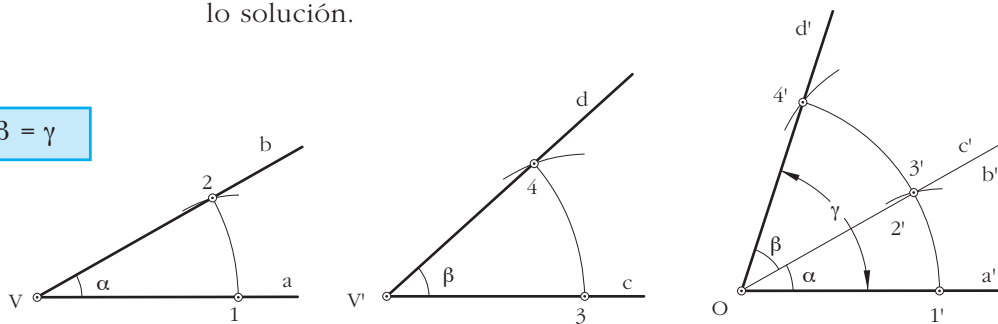


fig. 27

### Diferencia entre ángulos (fig. 28)

Una vez dibujado el primero de los ángulos, construimos sobre él y en sentido contrario el segundo de los ángulos. El ángulo  $a'Oc'$  es el ángulo que buscamos.

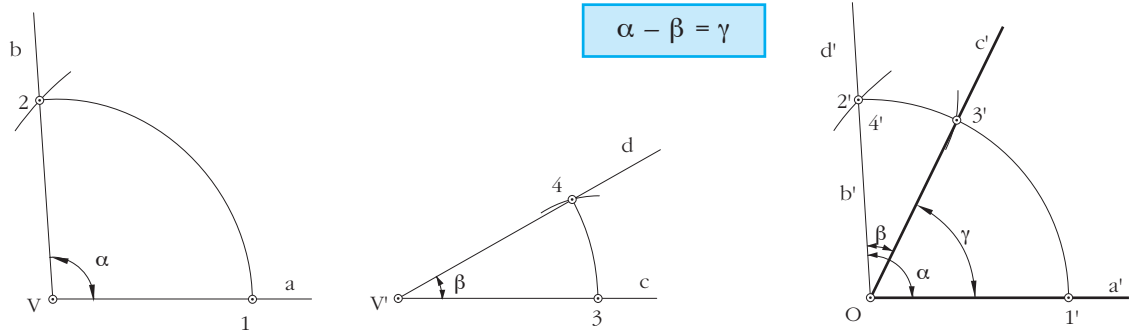


fig. 28

### Bisectriz de un ángulo

Es la recta que divide al ángulo en dos partes iguales. (fig. 29)

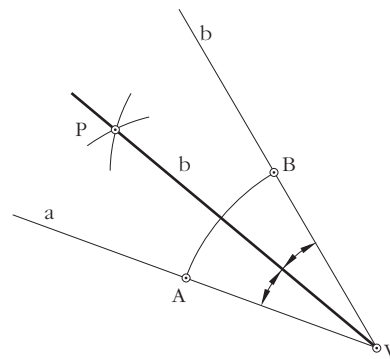


fig. 29

Para su construcción trazamos con centro en V un arco de radio cualquiera obteniendo los puntos de corte A y B. Con centro en estos puntos dibujamos dos arcos del mismo radio, que al cortarse determinan el punto P. La recta definida por los puntos V y P es la *bisectriz* buscada.

Como se aprecia en la figura 30 otro método consiste en dibujar con centro en V dos arcos cualesquiera, obteniéndose cuatro puntos de corte A, B, C y D. Las rectas AD y BC al cortarse determinan el punto P, que unido al vértice V definen la *bisectriz* del ángulo.

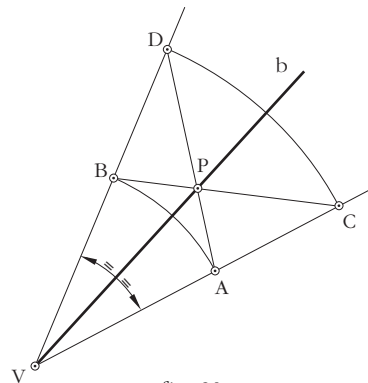


fig. 30

### Bisectriz de un ángulo cuyo vértice caiga fuera de los límites del dibujo (fig. 31)

Por un punto V de uno de sus lados dibujamos la recta paralela,  $s'$  al otro lado. Trazamos la bisectriz  $b'$  del ángulo  $rVs'$ . Dibujamos una perpendicular a la bisectriz hallada, y por el punto medio P del segmento MN trazamos la paralela a  $b'$ . La recta  $b$  es la *bisectriz* buscada.

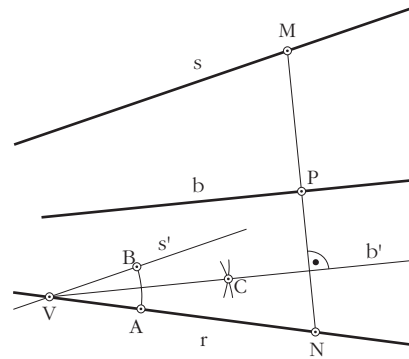


fig. 31

### Construcción de ángulos

La construcción de los ángulos que veremos a continuación se apoya en las operaciones con ángulos, tales como la *suma*, la *diferencia* y el trazado de *bisectrices*.

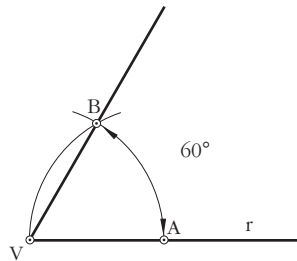


fig. 32

**Ángulo de 60°** (fig. 32): Trazamos una semirrecta Vr. Con centro en V y radio cualquiera dibujamos un arco que corta a la semirrecta en A. Con centro en A y el mismo radio anterior, trazamos otro arco que corta al anterior en B. El ángulo BVA es de 60°.

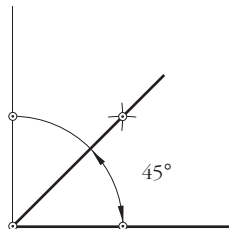


fig. 33

**Ángulo de 90°**: Basta con trazar por el extremo de una semirrecta la perpendicular a la misma, construcción anteriormente explicada.

**Ángulo de 45°**: Lo obtenemos bisecando un ángulo de 90°.

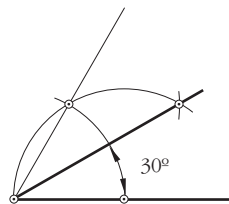


fig. 34

**Ángulo de 30°**: Bisecando un ángulo de 60°.

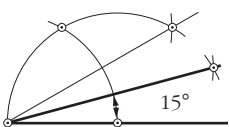


fig. 35

**Ángulo de 15°**: Bisecando un ángulo de 30°.



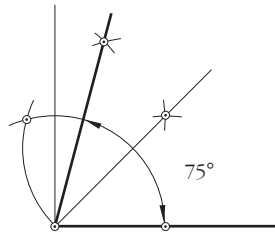


fig. 36

**Ángulo de 75°:** Lo obtenemos sumando uno de 45° con otro de 30°. (fig. 36)

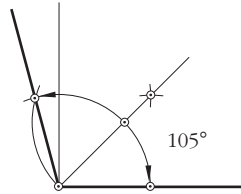


fig. 37

**Ángulo de 105°:** Sumando uno de 60° con otro de 45°. (fig. 37)

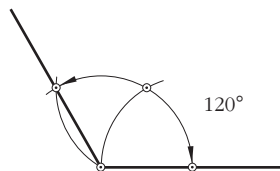


fig. 38

**Ángulo de 120°:** Sumando dos ángulos de 60°. (fig. 38)

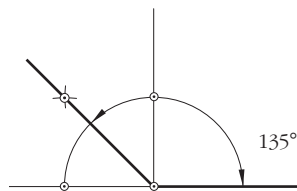


fig. 39

**Ángulo de 135°:** Sumando uno de 90° con otro de 45°. (fig. 39)

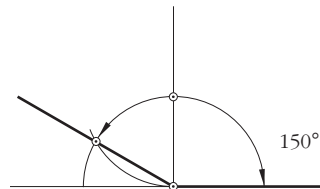


fig. 40

**Ángulo de 150°:** Sumando uno de 90° con otro de 60°. (fig. 40)

Combinando estos valores con los de sus mitades, suplementos, duplos, etc., podemos obtener sin necesidad del transportador de ángulos otros muchos valores angulares.

### Uso de la escuadra y el cartabón para la obtención de ángulos (fig. 41)

Además de los propios dados por su geometría, de 30°, 60°, 45° y 90°, podemos obtener mediante el uso de estas plantillas los ángulos de 15°, 75°, 120°, 135° y 150°, como se explica en la figura 41.

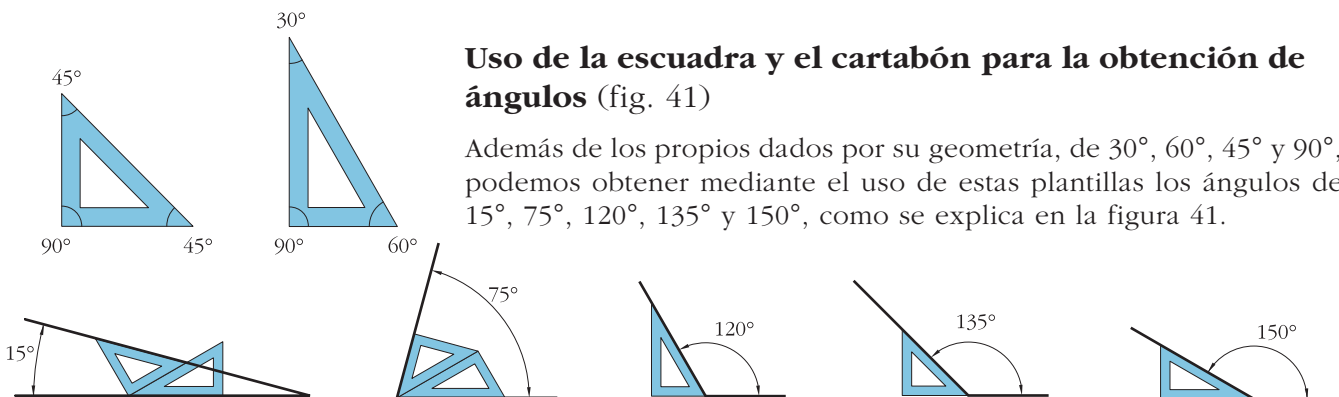


fig. 41

## Lugar geométrico

Es el conjunto de puntos que poseen una misma propiedad geométrica; por ejemplo:

**Circunferencia:** Es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de otro punto  $O$  llamado centro. A la superficie comprendida dentro de la circunferencia se le llama círculo. (fig. 42)

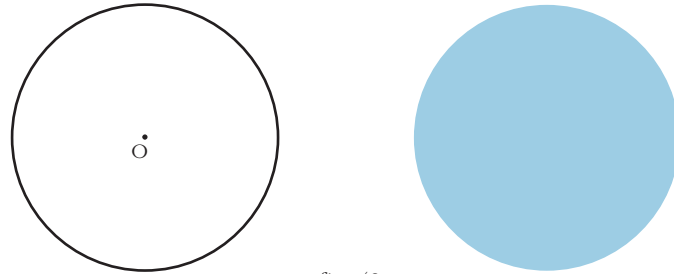


fig. 42

**Mediatriz de un segmento:** Es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de los extremos del segmento.

**Bisectriz de un ángulo:** Es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de los dos lados del ángulo. Su construcción así como la de la mediatriz ya se ha estudiado anteriormente.

**Arco capaz de un segmento bajo un ángulo dado:** Es el lugar geométrico de los puntos del plano desde los cuales se ve el citado segmento bajo el ángulo dado (fig. 43). En la figura los ángulos de vértices  $A$ ,  $B$  y  $C$  son iguales. Por lo tanto el arco de circunferencia  $PABCQ$  es el arco capaz del segmento  $PQ$  bajo un ángulo dado  $\alpha$ . Como caso particular, el arco capaz de un segmento bajo un ángulo de  $90^\circ$  es la semicircunferencia de diámetro el citado segmento. (fig. 44)

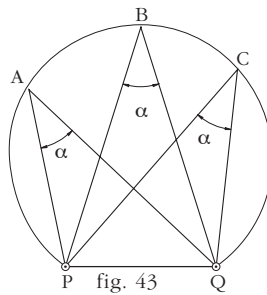


fig. 43

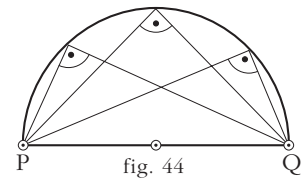


fig. 44

Veamos cómo hallar el arco capaz del segmento  $MN$  bajo un ángulo por ejemplo de  $60^\circ$  (fig. 45). Trazamos para ello la mediatriz del segmento  $MN$ . Con vértice en  $M$  dibujamos el ángulo complementario de  $60^\circ$ , o sea de  $30^\circ$ . El lado de este ángulo corta a la mediatriz del segmento en el punto  $O$ . Con centro en  $O$  y radio  $OM$  dibujamos el arco capaz pedido.

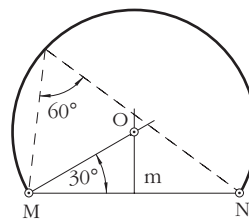


fig. 45

Desde cualquier punto de este arco veremos el segmento  $MN$  bajo un ángulo de  $60^\circ$ .

## Líneas y segmentos de la circunferencia

**Radio:** Es todo segmento  $r$  que tiene un extremo en el centro de la circunferencia y el otro sobre ella.

**Diámetro:** Es el segmento  $d$  que une dos puntos de la circunferencia alineados con su centro.

**Cuerda:** Es el segmento  $c$  que une dos puntos de la curva sin pasar por su centro.

**Flecha de una cuerda:** Es el segmento  $f$  de radio, comprendido entre la circunferencia y la cuerda, siendo éste perpendicular a dicha cuerda.

**Secante:** Es la recta  $s$  que corta a la circunferencia en dos de sus puntos.

**Tangente:** Es la recta  $t$  que tiene sólo un punto común con la circunferencia. Es perpendicular al radio en dicho punto.

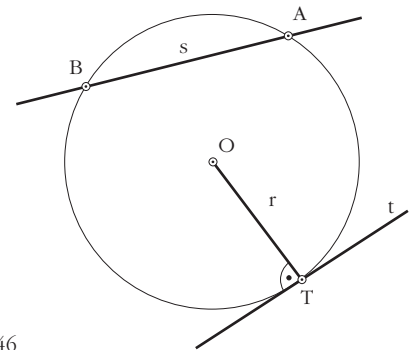
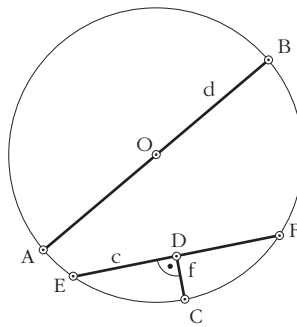
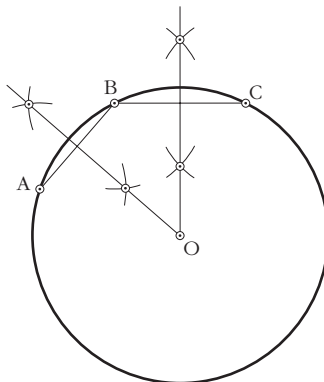


fig. 46

## EJERCICIOS RESUELTOS

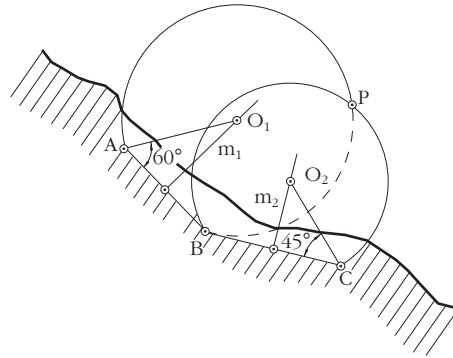
I. Dibuja la circunferencia que pasa por tres puntos conocidos A, B y C.

*Solución:* El centro O deberá equidistar de A y de B, por lo tanto se encontrará sobre la *mediatriz* del segmento AB. También deberá equidistar de B y de C y, por tanto, se encontrará sobre la *mediatriz* del segmento BC. La intersección de ambas *mediatrices* nos dará el centro de la circunferencia buscada.



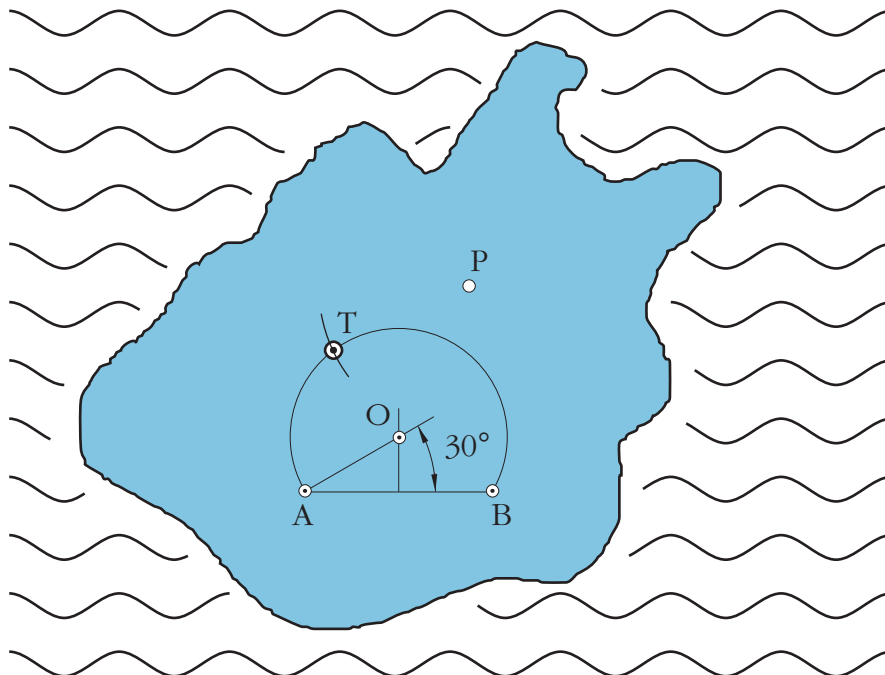
2. Halla sobre el mapa de costa de la figura la posición P de un barco en altamar desde el que un tripulante observa tres faros conocidos de la costa, A, B y C, bajo ángulos de  $APB = 30^\circ$  y  $BPC = 45^\circ$ .

*Solución:* Dibuja el *arco capaz* del segmento AB bajo un ángulo de  $30^\circ$ . Dibuja a continuación el arco capaz del segmento BC bajo un ángulo de  $45^\circ$ . La intersección de ambos arcos te dará la posición P del barco.



3. Un pirata enterró su tesoro en un lugar de una pequeña isla procediendo del siguiente modo. Partiendo de una palmera, punto P, empezó a caminar en línea recta hasta llegar después de recorrer 20 m (sobre el mapa 20 mm), a un punto T desde el que divisaba dos grandes rocas A y B con una apertura de ángulo de  $60^\circ$ . Comprobó también que este lugar estaba más cerca de A que de B. Conociendo sobre el mapa las posiciones de las rocas A y B y de la palmera P, dibuja sobre el mismo la posición T del tesoro.

*Solución:* Traza el arco capaz del segmento AB bajo un ángulo de  $60^\circ$ . Dibuja a continuación un arco de centro P y radio 20 milímetros. La intersección de estos dos arcos te dará la posición Q del tesoro.

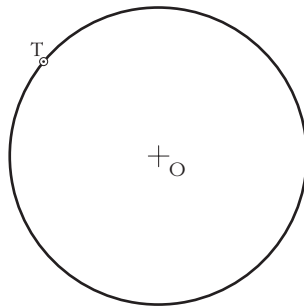


## EJERCICIOS

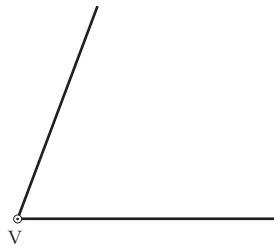
1. Dibuja la mediatriz del segmento AB.



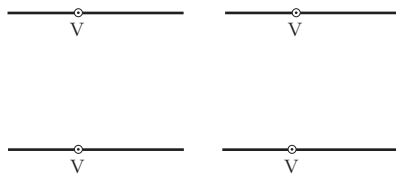
2. Traza la recta tangente en T a la circunferencia dada.



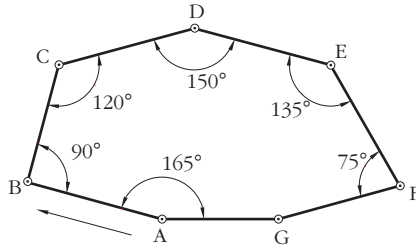
3. Divide el ángulo de la figura en cuatro partes iguales.



4. Construye los ángulos de:  $75^\circ$ ,  $105^\circ$ ,  $135^\circ$  y  $150^\circ$ , de vértices V.



5. Dibuja, partiendo del punto A, y utilizando la escuadra, el cartabón y la regla graduada, el polígono de la figura.



6. Dibuja *todas las posiciones* del campo de fútbol representado en la figura, desde las que un futbolista tiene tiro a portería con una apertura de ángulo de  $30^\circ$ .

